



Universidade Federal de Ouro Preto  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mineral – PPGEM  
Processo Seletivo de Mestrado 2019



Nº de inscrição:

**PROCESSO SELETIVO DE MESTRADO 2019**  
**PROVA DE CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS – 22/01/2019**

**ÁREA DE CONCENTRAÇÃO:**  
**LAVRA DE MINAS**

**CHAVE DE RESPOSTAS**

**Instruções aos candidatos:**

- 1) O candidato que assinar a prova ou se identificar de qualquer forma diferente ao número de inscrição será desclassificado;
- 2) Preencher o número de inscrição em todas as folhas;
- 3) As questões devem ser respondidas no espaço reservado a elas;
- 4) Questões respondidas fora dos locais indicados serão desconsideradas;
- 5) Utilizar caneta azul ou preta.



**Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mineral – PPGEM**  
**Processo Seletivo de Mestrado 2019**  
**ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: LAVRA DE MINAS**

**Nº de inscrição:**



**QUESTÃO 01**

A geomecânica estuda os impactos das escavações de lavra. Dentre esses, há a possibilidade de subsidência da superfície situada acima da lavra subterrânea. Esboce o perfil de subsidência em superfície para uma escavação horizontal, de determinada largura e altura, a determinada profundidade, em dimensão inferior à dimensão crítica.

- a) Mostre a posição do plano de máxima influência, do plano de mais provável ruptura, as magnitudes de tensões (compressão e tração) e deformações. (valor: 40% da questão)
- b) Destaque os fatores principais para determinação da magnitude da bacia de subsidência e da largura crítica da escavação. (valor: 40% da questão)
- c) Aponte medidas de planejamento para minimizar efeitos da subsidência e a qual(is) parâmetro(s) se relacionam. (valor: 20% da questão)



UFOP  
Universidade Federal  
de Ouro Preto

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mineral – PPGEM

Processo Seletivo de Mestrado 2019

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: LAVRA DE MINAS

ENGENHARIA  
MINERAL

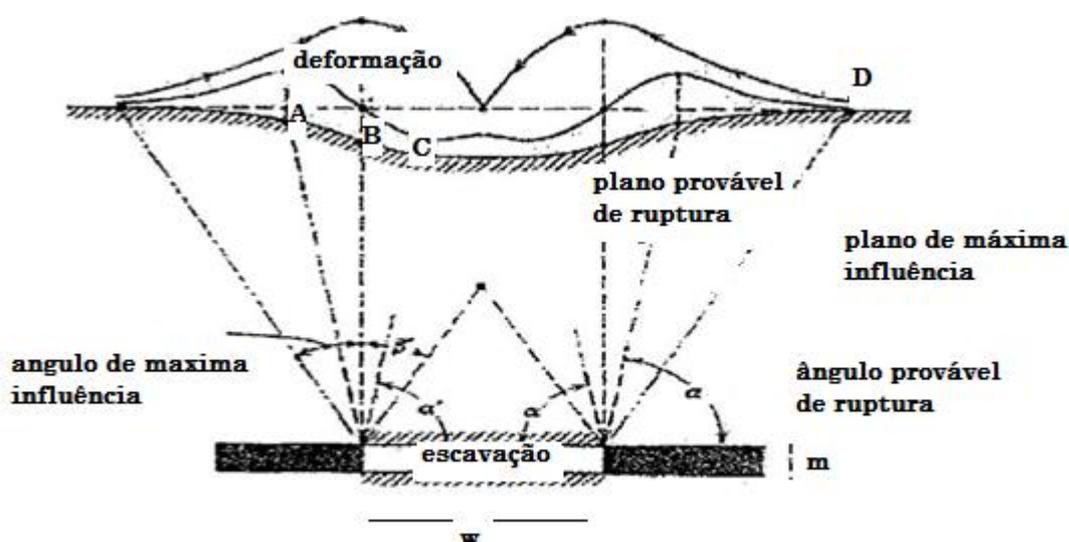


ALMA MATER IN  
MINERALIA BRASILIENSIS

Nº de inscrição:

## RESPOSTA - QUESTÃO 01

O perfil de subsidência em superfície para escavação horizontal, de largura  $w$  e altura  $m$ , em largura subcrítica, é mostrado na figura. Além dos planos de máxima influência, de mais provável ruptura, são mostradas magnitudes de tensões e deformações. Os pontos A, B, C e D representam respectivamente pontos de tração máxima, inflexão, compressão máxima, deslocamento vertical zero.



Os fatores para determinação da magnitude da bacia de subsidência incluem, principalmente, a profundidade da escavação, suas dimensões, a potência, o mergulho, o tipo de suporte empregado, o tempo. (30% dos créditos)

A largura crítica está relacionada à profundidade e às dimensões da escavação por meio de expressões para sua estimativa. (10% dos créditos)

As medidas de planejamento para minimizar efeitos da subsidência incluem o abandono de pilares, o tratamento com enchimento ou suportes artificiais, o controle da velocidade de escavação (lavra rápida) e da onda de deformação (lavra harmônica). (20% dos créditos)



**Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mineral – PPGEM**  
**Processo Seletivo de Mestrado 2019**  
**ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: LAVRA DE MINAS**



**Nº de inscrição:**

**QUESTÃO 02**

A Figura 1 mostra uma representação bidimensional de um depósito mineral. Os valores dentro de cada bloco representam o conteúdo de níquel (quilogramas por tonelada de minério) nos respectivos blocos

- Usando as informações a seguir, calcule o lucro líquido ou o prejuízo de cada bloco.
- Use a Técnica do Cone Flutuante para determinar a cava ótima nesta seção, assumindo o ângulo de inclinação ou talude geral 1: 1.
- Calcular banco por banco as toneladas de minério e estéril e posteriormente a REM da seção.
- Usar o algoritmo de programação dinâmica de Lerch & Grossman bidimensional para determinar o limite de cava e comparar o resultado obtido com a Técnica de Cone Flutuante

**Premissas:**

- Recuperação metalúrgica = 90%
- Considere que todos os blocos possuem a mesma massa ou tonelagem, quer seja de minério ou estéril
- Preço de Venda do níquel recuperado = US \$ 2400 / t de níquel
- Decapagem e transporte de estéril para deposição (nível 1) = US \$ 0,50 por tonelada de estéril (Custos de transporte aumentam US \$ 0,10 / tonelada para cada aumento de 12m na cota)
- Custo de lavra e transporte até usina = US \$ 0,80 por tonelada de minério (Custos de transporte aumentam US \$ 0,10 / tonelada para cada aumento de 12m na cota)
- Custos de processamento, fundição e refino = US \$ 1,20 por tonelada de minério
- Despesas gerais e administração, a cargo de minério = US \$ 1,20 por tonelada de minério
- Admitir que a usina processará todo o material com teor acima de 1 kg Ni / tonelada de minério
- Ângulo de inclinação (talude geral) de 1: 1. Suponha altura do bloco = 12 m. = altura do banco
- Arredonde todos os valores para os 10 centavos mais próximos.

0	2.0	3.0	1.5	1.0	0	0	1.0	0.5	0	1.0	1.0
0	2.5	6.0	5.0	3.0	2.5	2.0	2.5	2.5	4.0	1.0	0
1.0	1.0	2.5	2.5	3.0	10.0	2.0	1.5	1.5	1.0	1.5	1.0

**Figura 1.** Seção vertical através de um modelo de bloco (kg Ni / tonelada de minério)



UFOP  
Universidade Federal  
de Ouro Preto

## Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mineral – PPGEM

### Processo Seletivo de Mestrado 2019

#### ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: LAVRA DE MINAS

**Nº de inscrição:**



## RESPOSTA - QUESTÃO 02

a. Valor Líquido (Lucro / Prejuízo) para cada Bloco (Exemplo de Cálculo):

- Fórmula: Valor Líquido / t = Receita / t - Custos;
  - Para Estéril: Receita = 0 e custo = custo de remoção
- Para o bloco de Estéril (1,1): Receita = 0; Custo = - US \$ 0,50 (bloco de estéril)
- Para o blocos de minério (1,2):  $NV = [2,0 \times 0,9 \times 2,4] - [0,8 + 1,2 + 1,2] = 4,32 - 3,2 = + \text{US } \$ 1,10 / \text{tonelada}$  (arredondado para o mais próximo de 10 ¢)
- Para blocos de Estéril (2,1):  $NV = -\$0,60/t = (0,5 + 0,1)$
- Para blocos de minério (3,6):  $NV = [10 \times 0,9 \times 2,4] - [1,0 + 1,2 + 1,2] = + \text{US } \$ 18,2 / \text{t minério}$
- Para bloco de minério (3,8):  $NV = [1,5 \times 0,9 \times 2,4] - [1,0 + 1,2 + 1,2] = -\text{US } \$ 0,20 / \text{t minério}$

- **Nota 1: O custo para todos os blocos de minério da linha 1 (primeira bancada) = \$ 3,2 / tonelada de minério; isso aumenta em 10 ¢ para US \$ 3,30 / t na linha 2 e US \$ 3,40 na linha 3.**
- **Nota 2: Custo de decapagem para os blocos de esteril: (linha 1 = \$ 0,5; linha 2 = \$ 0,60; linha 3 = \$ 0,70)**

○ Valores Líquido de cada um dos blocos pertencentes a seção:

i/j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	-\$0.5	\$1.1	\$3.3	\$0.0	-\$0.5	-\$0.5	-\$0.5	-\$0.5	-\$0.5	-\$0.5	-\$0.5	-\$0.5
2	-\$0.6	\$2.1	\$9.7	\$7.5	\$3.2	\$2.1	\$1.0	\$2.1	\$2.1	\$5.3	-\$0.6	-\$0.6
3	-\$0.7	-\$0.7	\$2.6	\$2.6	\$3.1	\$18.2	\$0.9	-\$0.2	-\$0.2	-\$0.7	-\$0.2	-\$0.7

**Figura 2: Seção vertical do modelo de bloco (Valor líquido do bloco em \$ / t minério)**

b. Determinação da cava ótima utilizando a técnica do Cone Flutuante

- O procedimento do algoritmo do cone flutuante deve ser aplicado da esquerda para a direita, linha por linha, removendo blocos que formam cones de valor positivo e respeitando-se as restrições de inclinação (1:1).
- Primeiro Cone baseado no bloco (1,2) = + \$ 1,10; valor positivo, portanto, este cone. Deve ser lavrado (ou seja, se remove o bloco do modelo)!
- O próximo é (1,3) = \$ 3,30 => deve ser lavrado (remover bloco)
- Próximo cone é (1,4) = 0 => deve ser lavrado (remover bloco)
- Não tendo mais blocos de valores positivos no Nível 1, se passa-se a procurar no nível 2, da esquerda para a direita
- Nível 2: o próximo cone é baseado em (2,2) com um valor de + \$ 2,2 (é lavrado). No entanto, para se lavrar o bloco (2,2), você precisa lavar os blocos (1,1), (1,2) e (1,3), ou seja, blocos sobrepostos para satisfazer o requisitos de precedência e inclinação. Bloco (1,2) e (1,3) já foram extraídos como parte dos cones anteriores, mas não (1,1), que ainda está no modelo. Então, o valor do cone baseado em (2,2) é simplesmente a soma do valor de (2,2) e (1,2) = \$ 2,2 + (-0,5) = \$ 1,7
- Se segue o mesmo procedimento para os próximos cones para obter o seguinte resultado



**UFOP**  
Universidade Federal  
de Ouro Preto

**Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mineral – PPGEM**

**Processo Seletivo de Mestrado 2019**

**ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: LAVRA DE MINAS**

**ENGENHARIA  
MINERAL**



ALMA MATER IN  
MINERALIA BRASILIENSIS

**Nº de inscrição:**

**CONTINUAÇÃO RESPOSTA - QUESTÃO 02**

i/j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	-\$0.5	\$1.1	\$3.3	\$0.0	-\$0.5	-\$0.5	-\$0.5	-\$0.5	-\$0.5	-\$0.5	-\$0.5	-\$0.5
2	-\$0.6	\$2.1	\$9.7	\$7.5	\$3.2	\$2.1	\$1.0	\$2.1	\$2.1	\$5.3	-\$0.6	-\$0.6
3	-\$0.7	-\$0.7	\$2.6	\$2.6	\$3.1	\$18.2	\$0.9	-\$0.2	-\$0.2	-\$0.7	-\$0.2	-\$0.7

**Figure 3 Limites do pit ótimo**

- Valor ótimo do pit = Soma de todos os valores dos blocos no pit ótimo = US \$ 85,10 /

c. Tonelagem por bancada T = Toneladas por bloco:

Banco	Nº de blocos de minério	Tonelagem de minério	Nº de blocos de estéril	Tonelagem de estéril
1	3	3xT	6	6xT
2	7	9xT	0	
3	5	5xT	0	

- REM = pit estéril/pit minério = 6 blocos de estéril/17 blocos de minério = 0.35: 1



UFOP  
Universidade Federal  
de Ouro Preto

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mineral - PPGEM

Processo Seletivo de Mestrado 2019

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: LAVRA DE MINAS

ENGENHARIA  
MINERAL



ALMA MATER IN  
MINERALIA BRASILIENSIS

Nº de inscrição:

### QUESTÃO 03

i) Na Figura 1, encontram-se os valores de uma variável nos nós amostrados de uma malha regular incompletamente amostrada. A célula elementar é quadrada de lado  $L$ .

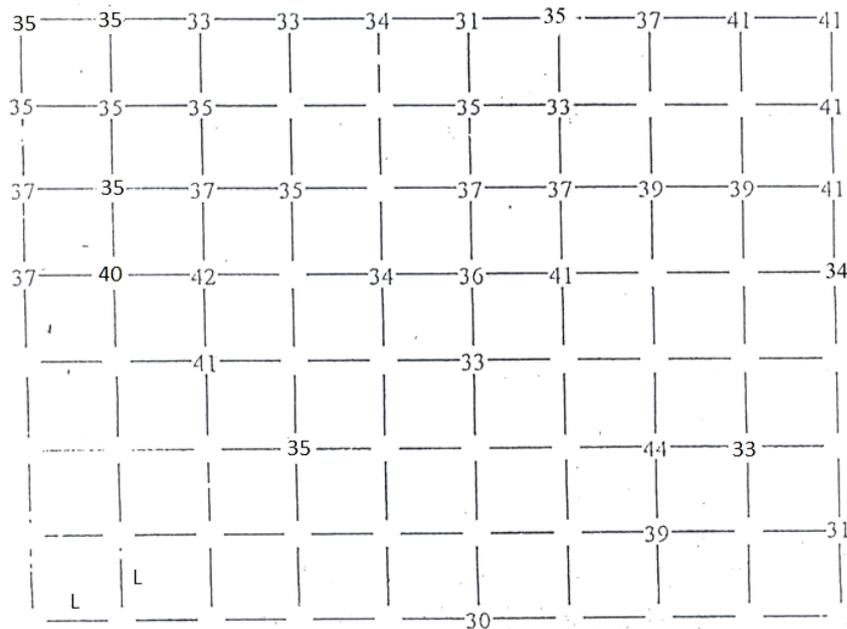


Figura 1

Pede-se calcular o semivariograma experimental desta variável para um vetor distância de módulo igual a  $2L\sqrt{2}$  admitindo-se que não exista anisotropia.

ii) A Krigagem Ordinária (KO) pode ser considerada como uma Krigagem Simples (KS) em que o valor da média estacionária é substituída por um valor estimado através de um sistema de KO, chamado de Krigagem da Média (KM).

Considere que se deseja estimar o valor do teor médio em um bloco  $V$ , a partir de um conjunto valores de teores de 3 amostras 1, 2 e 3. Suponha também que se conheça o modelo global de variograma (já ajustado)  $\gamma(h)$ .

Pede-se:

- Quais são as principais diferenças entre os estimadores da krigagem ordinária e krigagem simples?
- Escrever as equações dos sistemas de KO, KS e KM para o cenário de estimativa colocado anteriormente.



UFOP  
Universidade Federal  
de Ouro Preto

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mineral - PPGEM

Processo Seletivo de Mestrado 2019

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: LAVRA DE MINAS

ENGENHARIA  
MINERAL



ALMA MATER IN  
MINERALIA BRASILIENSIS

Nº de inscrição:

### QUESTÃO 03 – CONTINUAÇÃO

iii) Admita que em uma dada região o modelo global de variograma de uma variável teor seja constituído por um efeito de pepita igual a  $10\%^2$ , por uma estrutura esférica isotrópica de amplitude igual a 150 m e patamar de  $20\%^2$ , e por uma estrutura esférica com anisotropia geométrica de patamar igual a  $20\%^2$  e amplitudes de 200 m, 120 m e 50 m respectivamente segundo as direções Ox, Oy e Oz que são também as direções preferenciais de anisotropia.

Pede-se calcular o valor do variograma para um vetor h que une os pontos 1 e 2 de coordenadas (x,y,z) iguais a (60 m, 50 m, 40 m) e (100 m, 80 m, 70 m) respectivamente.

### FORMULÁRIO

$$\text{Modelo esférico} \quad \begin{cases} c \left[ \frac{3}{2} \left( \frac{h}{a} \right) - \frac{1}{2} \left( \frac{h}{a} \right)^3 \right] & \forall h \leq a \\ c & \forall h \geq a \end{cases}$$

Fórmula para calcular a distância corrigida que deverá ser usado na expressão do variograma da direção que se tomou como base, sem necessidade de se realizar nenhuma rotação, como é o caso do Problema 3, já que as direções preferencias coincidem com os eixos coordenados Ox, Oy e Oz.

$$h = \sqrt{(h_x \cdot A_x)^2 + (h_y \cdot A_y)^2 + (h_z \cdot A_z)^2}$$

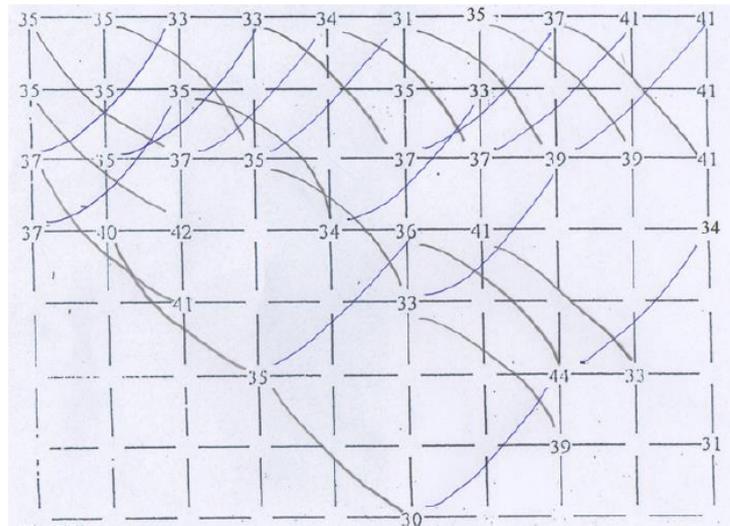
Ax , Ay e Az são as razões entre as amplitudes da direção que se toma como base e as amplitudes segundo Ox, Oy e Oz respectivamente.

**RESPOSTA - QUESTÃO 03**

1. O semivariograma experimental é calculado através da fórmula :

$$\gamma^*(h) = \frac{\sum_{i=1}^N (Z(x+h) - Z(x))^2}{2N}$$

Os pares de pontos para as distâncias iguais a  $2L\sqrt{2}$  estão indicados a seguir:



Para cada par de pontos deve-se calcular o quadrado da diferença entre os valores e jogar na fórmula do semivariograma experimental. Um total de 29 pares de pontos foram obtidos. Portanto,

$$\gamma^*(h) = \frac{812}{2 \cdot 29} = 14,00$$

2. a. Na KO somente os teores das amostras (informações é que recebem pesos (ponderadores). O somatório destes pesos tem que ser igual a 1, o que representa a condição de não enviesamento.

Na krigagem simples além dos teores das amostras o valor da média estacionária da região receberá também um peso. Neste caso, não existe a condição de que o somatório dos ponderadores das amostras seja igual a 1.

b. Para a KO

$$\begin{cases} \lambda_1\gamma_{11} + \lambda_2\gamma_{12} + \lambda_3\gamma_{13} + \mu = \overline{\gamma_{V1}} \\ \lambda_1\gamma_{21} + \lambda_2\gamma_{22} + \lambda_3\gamma_{23} + \mu = \overline{\gamma_{V2}} \\ \lambda_1\gamma_{31} + \lambda_2\gamma_{32} + \lambda_3\gamma_{33} + \mu = \overline{\gamma_{V3}} \\ \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + 0\mu = 1 \end{cases}$$

Para a KS

$$\begin{cases} \lambda_1\gamma_{11} + \lambda_2\gamma_{12} + \lambda_3\gamma_{13} = \overline{\gamma_{V1}} \\ \lambda_1\gamma_{21} + \lambda_2\gamma_{22} + \lambda_3\gamma_{23} = \overline{\gamma_{V2}} \\ \lambda_1\gamma_{31} + \lambda_2\gamma_{32} + \lambda_3\gamma_{33} = \overline{\gamma_{V3}} \end{cases}$$

Para a KM

$$\begin{cases} \lambda_1\gamma_{11} + \lambda_2\gamma_{12} + \lambda_3\gamma_{13} + \mu = 0 \\ \lambda_1\gamma_{21} + \lambda_2\gamma_{22} + \lambda_3\gamma_{23} + \mu = 0 \\ \lambda_1\gamma_{31} + \lambda_2\gamma_{32} + \lambda_3\gamma_{33} + \mu = 0 \\ \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + 0\mu = 1 \end{cases}$$



UFOP  
Universidade Federal  
de Ouro Preto

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mineral – PPGEM

Processo Seletivo de Mestrado 2019

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: LAVRA DE MINAS

Nº de inscrição:



### CONTINUAÇÃO RESPOSTA - QUESTÃO 03

3. O valor do variograma será igual ao somatório dos valores dos variogramas para cada uma das estruturas que compõem o modelo global.

Para a estrutura pepítica o valor do variograma será igual ao efeito de pepita, ou seja, igual a  $10\%^2$ .

Para a estrutura esférica isotrópica, deve-se calcular o módulo do vetor distância entre

os pontos 1 e 2, através da fórmula:  $h = \sqrt{h_x^2 + h_y^2 + h_z^2}$  sendo  $h_x$ ,  $h_y$  e  $h_z$  as componentes do vetor  $h$  segundo  $Ox$ ,  $Oy$  e  $Oz$ , respectivamente.

$h_x = 100 - 60 = 40m$  ;  $h_y = 80 - 50 = 30m$  e  $h_z = 70 - 40 = 30m$

Logo,  $h = \sqrt{40^2 + 30^2 + 30^2} = 58,31m$

Como  $h$  é menor que a amplitude de  $150m$ , tem-se:

$$\gamma(58,31) = 20 \cdot [3/2 (58,31/150) - 1/2 (58,31/150)^3] = 11,07\%^2$$

Para a estrutura anisotrópica deve-se calcular o módulo do vetor  $h$  entre os pontos 1 e

2 através da fórmula :  $h = \sqrt{(h_x \cdot A_x)^2 + (h_y \cdot A_y)^2 + (h_z \cdot A_z)^2}$

Tomando-se como base a direção  $Ox$ , tem-se :

$A_x = 200/200 = 1$  ,  $A_y = 200/120 = 1,67$  e  $A_z = 200/50 = 4$

Portanto,  $h = \sqrt{(40 \cdot 1)^2 + (30 \cdot 1,67)^2 + (30 \cdot 4)^2} = 136,05\%^2$

Logo,

$$\gamma(136,05) = 20 \cdot [3/2 (136,05/200) - 1/2 (136,05/200)^3] = 15,78\%^2$$

O valor total do variograma será:  $10 + 11,07 + 15,78 = 36,85\%^2$ .